

Icaro Souza Fonzar

**Transmissão de informação através do  
teletransporte quântico**

Bauru, São Paulo

2017

Icaro Souza Fonzar

## **Transmissão de informação através do teletransporte quântico**

Monografia para trabalho de conclusão de curso do curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Ciências, campus Bauru.

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Unesp

Bacharelado em ciência da computação

Trabalho de conclusão de curso

Orientador: Felipe Fernandes Fanchini

Bauru, São Paulo

2017

Icaro Souza Fonzar

## **Transmissão de informação através do teletransporte quântico**

Monografia para trabalho de conclusão de curso do curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Faculdade de Ciências, campus Bauru.

Banca examinadora

---

**Felipe Fernandes Fanchini**  
Orientador

---

Simone das Graças Domingues Prado

---

Pablo Antonio Venegas Urenda

Bauru, São Paulo  
2017

# Agradecimentos

Os agradecimentos principais são direcionados ao professor Felipe Fernandes Fanchini por me orientar nesta pesquisa e me dar todo o suporte necessário para que o trabalho fosse concluído, à professora Simone das Graças Domingues Prado por ministrar a disciplina de Projetos I e Projetos II, à todo corpo de docentes do Departamento de Computação, por terem me proporcionado a base de conhecimento para que este trabalho fosse concluído e à Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", pela oportunidade de um aprendizado de qualidade.

Agradecimentos especiais são direcionados à minha família, amigos e namorada pelo apoio e incentivo.

À minha mãe Marta Alves de Souza e meu pai Carlos Alberto Fonzar Pintão por terem me fornecido a educação e toda a estrutura emocional necessária, me permitindo assim, graduar em uma das melhores instituições de ensino superior do país.

A todos que diretamente ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

*“O que sabemos é uma gota, o que ignoramos é um oceano.”  
(Isaac Newton)*

# Resumo

O objetivo do presente trabalho é estudar a transmissão de informação quântica através do processo conhecido como teletransporte quântico, apresentar seu algoritmo e simular todo o procedimento de teletransporte no ambiente Matlab, inclusive estudando como a transmissão se comporta quando perturbada por ruídos.

Para isto, o leitor será introduzido à toda teoria necessária para o entendimento do processo de teletransporte quântico, assim como conceitos de computação quântica e teoria da informação quântica.

**Palavras-chaves:** teletransporte quântico, computação quântica, teoria da informação quântica.

# Abstract

The goal of this project is to study the transmission of quantum information through the process known as quantum teleportation, as well as present its algorithm and simulate the whole procedure in the Matlab environment, also studying how the transmission behaves when disturbed by noise.

In order to achieve this, the reader will be introduced to all the theory needed for understanding the process of quantum teleportation, as well as introductory concepts of quantum computing and information.

**Key-words:** quantum teleportation, quantum computing, quantum information.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação geométrica de um qubit na esfera de Bloch . . . . .	18
Figura 2 – Algoritmo de teletransporte quântico . . . . .	22
Figura 3 – Entrada de dados . . . . .	27
Figura 4 – Escolha da presença de ruído e sua intensidade . . . . .	29
Figura 5 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo <i>bit flip</i> . . . . .	30
Figura 6 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo <i>phase flip</i> . . . . .	31
Figura 7 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo <i>bit-phase flip</i> . . . . .	32

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela de operação necessária para finalizar o processo de teletransporte 23

# Lista de abreviaturas e siglas

qubit	Bit quântico ( <i>Quantum bit</i> )
CNOT	Porta lógica quântica <i>Controlled-not</i> .

# Lista de símbolos

$ \psi\rangle$	Representação de um qubit
$\alpha$	Letra grega alfa
$\beta$	Letra grega beta
$ \rangle$	Notação de Dirac
$\rho$	Operador densidade

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>16</b>
3.1	Objetivo geral	16
3.2	Objetivos específicos	16
<b>4</b>	<b>Fundamentação teórica</b>	<b>17</b>
4.1	<i>Quantum bit</i>	17
4.2	Estados quânticos: puros e mistos	19
4.3	Operador densidade	19
4.4	Emaranhamento	20
4.4.1	Estados de Bell	20
4.5	Portas lógicas	20
4.5.1	<i>Controlled-Not</i>	21
4.5.2	Hadamard	21
4.5.3	<i>Bit flip</i>	21
4.5.4	<i>Phase flip</i>	22
4.6	Teletransporte quântico	22
4.7	Ruído	23
4.8	Medida de distância	24
4.8.1	Fidelidade	24
<b>5</b>	<b>Ferramentas</b>	<b>25</b>
5.1	Matlab	25
5.2	QLib	25
5.3	Github	26
<b>6</b>	<b>Metodologia</b>	<b>27</b>
<b>7</b>	<b>Resultados</b>	<b>30</b>
7.1	Bit flip	30
7.2	Phase flip	31
7.3	Bit-phase flip	32
<b>8</b>	<b>Conclusão</b>	<b>33</b>

<b>9 Trabalhos futuros</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>Referências</b> . . . . .	<b>35</b>

# 1 Introdução

A ciência da computação começou a ganhar grande destaque e importância a partir do cenário decorrente dos conflitos mundiais que ocorreram nos anos 40. As nações em guerra começaram a investir e estimular o estudo neste campo de pesquisa como forma de obter uma vantagem tática sob seus inimigos. Enquanto isso acontecia, outra área igualmente importante começou a criar suas raízes e com isso revolucionar tudo que conhecíamos até então a respeito de comunicação, assim como servir de alicerce no próprio desenvolvimento da ciência da computação e tornar possível os sistemas computacionais modernos existirem como são hoje.

Conhecida como teoria da informação, este campo de estudo teve seu início quando Claude Shannon, publicou em 1948 seu artigo intitulado “Uma teoria matemática da comunicação”(SHANNON, 1948) e em 1949 um livro em parceria com o matemático Warren Weaver, “A teoria matemática da comunicação”(SHANNON; WEAVER, 1949). Estas publicações definiram as bases da teoria da informação e comunicação, assim como introduziram pela primeira vez a unidade mais básica de informação, o bit. As maiores preocupações de Shannon eram descobrir que recursos eram necessários para enviar informação através de um canal de comunicação e como transmitir essa informação protegida contra os ruídos que poderiam haver no canal.

É indiscutível a contribuição destes trabalhos para o mundo moderno e a computação como conhecemos hoje. Se atualmente, é possível comprimir e transmitir dados e informações através das mais variadas distâncias, isso se deve aos trabalhos matemáticos estabelecidos em 1948. Porém, como aplicar essa teoria da informação quando o escopo muda da computação clássica para a nova computação quântica que vem crescendo e se tornando cada mais relevante nas últimas décadas?

O ramo da computação quântica se originou a partir do surgimento da mecânica quântica, subdivisão da física que apareceu na tentativa de explicar o comportamento de sistemas tão pequenos, como átomos e suas partículas, aonde a física clássica ou newtoniana não se aplicava mais.(GERSHENFELD; CHUANG, 1988)

Apesar dos primeiros estudos sobre a mecânica quântica datarem em torno de 1900, apenas mais tarde, em 1982, Richard P. Feynman apresentou ao mundo a possibilidade de se aplicar o campo da mecânica quântica na área da computação, idealizando pela primeira vez um computador quântico, que utilizaria das peculiaridades da mecânica quântica para se tornar mais vantajoso e poderoso do que seu similar clássico.

A computação quântica ganhou um destaque ainda maior quando Peter Shor desenvolveu um algoritmo em 1994, que poderia, utilizando-se de um computador quântico,

fatorar números grandes com facilidade, uma tarefa que em um computador clássico se torna exponencialmente mais custosa e difícil quanto maior o número a ser fatorado.

Este projeto apresenta e simula uma maneira de transmitir informação quântica, conhecida como teletransporte quântico, capaz de transmitir informação quântica entre dois lugares separados geograficamente, sem que haja perda das propriedades herdadas da mecânica quântica, que tornam a computação quântica tão promissora e poderosa.

## 2 Justificativa

Gordon E. Moore previu em 1965 que os computadores dobrariam sua capacidade de processamento, sem alterar seu custo, a cada 18 meses (MOORE, 1965). Essa previsão ficou famosa no ramo da computação e por muitos anos foi constatada como verdade, porém, a partir dos últimos anos, especialistas se mostram cada vez mais céticos quanto a sua consistência para o futuro e dizem que a lei de Moore encontrou seu limite (SIMONITE, 2016).

Apesar do poder computacional ter de fato aumentado conforme os anos se passaram, e hoje a maioria das pessoas possui pequenos dispositivos computacionais, que cabem em seus bolsos, com mais processamento do que aqueles que foram usados para levar o homem à lua pela primeira vez, ainda existe espaço para o crescimento dos processadores, uma vez que existem tarefas mais e mais complexas que precisam de mais poder de processamento.

A aplicação da mecânica quântica na computação garantirá que seja possível executar tarefas que seriam complexas para os sistemas computacionais clássicos em tempo exponencialmente menor. (GERSHENFELD; CHUANG, 1988)

Sendo assim, é de extrema importância o estudo da computação quântica e da teoria da informação quântica, uma vez que estes são os candidatos mais cotados para ajudarem na evolução dos sistemas computacionais atuais.

## 3 Objetivos

### 3.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é apresentar e implementar uma simulação do teletransporte quântico, para então, ser possível estudar seu comportamento quando a transmissão é perturbada por ruídos.

### 3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- a) estudar as premissas da computação quântica e da teoria da informação quântica;
- b) estudar e compreender a transmissão de informação através do teletransporte quântico;
- c) implementar no ambiente Matlab o algoritmo de teletransporte quântico;
- d) implementar ruídos no processo de teletransporte;
- e) executar rodadas de testes para avaliar como o ruído afeta a transmissão de informação;
- f) apresentar os dados obtidos;
- g) disponibilizar o código-fonte ao público e a pesquisadores para que este possa contribuir em pesquisas.

## 4 Fundamentação teórica

Neste capítulo será apresentada toda a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do projeto, assim como quaisquer conceitos que sejam fundamentais para seu entendimento.

### 4.1 *Quantum bit*

Na computação e na teoria da informação clássicas, o bit é a unidade básica de representação de informação. Capaz de armazenar um de dois estados, os quais são comumente representados pelos algarismos 0 e 1, toda informação em qualquer sistema computacional tradicional é representada através de uma cadeia de bits.

Na computação quântica, o análogo do bit é chamado de bit quântico, ou *quantum bit*. Semelhante a seu análogo clássico, ele representa a menor unidade de informação da computação quântica.

Apesar de desempenharem o mesmo papel de unidade básica de informação em seus respectivos campos, essas duas unidades são bem diferentes e um dos motivos disso é que enquanto um bit clássico armazena a informação de apenas um de dois estados (0 ou 1), o bit quântico pode armazenar a informação de dois estados análogos  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , assim como também pode conter qualquer superposição destes dois estados.

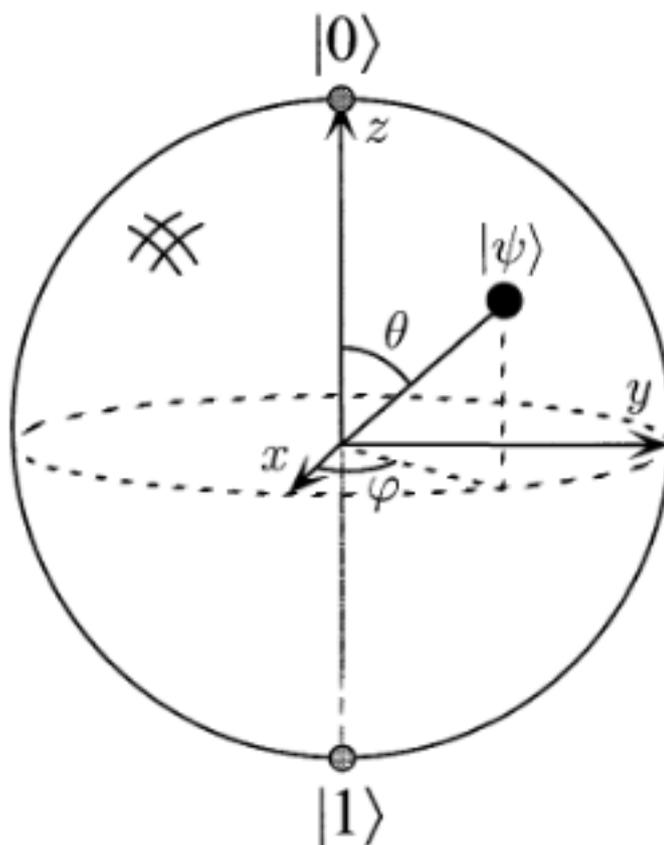
Estes estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  correspondem aos estados 0 e 1 da computação clássica e são representados pela notação de Dirac ( $| \cdot \rangle$ ), ou notação bra-ket, representação padrão para estados na mecânica quântica. ([DIRAC, 1939](#))

O bit quântico pode, portanto, ser representado como uma combinação linear dos estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ , da seguinte forma:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Onde,  $\alpha$  e  $\beta$  são amplitudes probabilísticas pertencentes no conjunto dos números complexos e os estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  são bases ortonormais de um espaço vetorial, exibidos pelos vetores  $|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e  $|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . O qubit, portanto, pode ser representado geometricamente por um vetor neste espaço vetorial.

Figura 1 – Representação geométrica de um qubit na esfera de Bloch



Fonte: Nielsen e Chuang (2000, p. 15)

Essa superposição de valores advinda da mecânica quântica faz com que um bit quântico seja capaz de armazenar muito mais informação que um bit clássico, uma vez que existem infinitas combinações possíveis de estados em apenas um qubit e apenas duas combinações possíveis de estados em um bit tradicional.

Por outro lado, enquanto é possível armazenar muito mais informação nesta unidade básica, obter essa informação é um processo impossível (NIELSEN; CHUANG, 2000, p. 13), pois enquanto na computação clássica observar um bit e descobrir se este se encontra no estado 0 ou 1 é uma operação trivial, quando se trata de bits quânticos é impossível descobrir a informação contida nele, ou seja, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  que constituem seu estado. Isso acontece devido a uma peculiaridade da mecânica quântica na qual ao se observar ou medir uma partícula quântica, a mesma perde a superposição de seus valores colapsando para um de seus estados base. No caso dos bits quânticos, ao tentar obter a informação guardada nestes, se obtém ou o valor 0, com probabilidade  $\alpha^2$  ou o valor 1, com probabilidade  $\beta^2$ , aonde  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ , uma vez que todas as probabilidades

devem somar 1.

Portanto, ao se medir um *quantum bit*, há um colapso de seu estado, fazendo com que a superposição de seus valores e seu estado original sejam perdidos, e com isso, a informação contida nele. Portanto, não é interessante, nem viável, realizar processos de medições nestas unidades, já que isto implicaria em perder a informação original, não restando nada mais além de um bit clássico tradicional (0 ou 1). Um dos grandes desafios da computação quântica é usar e transferir a informação contida nestes *qubits* sem que se observe qual informação eles possuem. (NIELSEN; CHUANG, 2000)

## 4.2 Estados quânticos: puros e mistos

Um estado quântico se refere a um sistema composto de um conjunto de estados de um ou mais qubits e fornece a distribuição probabilística de cada observável, ou de cada resultado para cada processo de medida possível.

Um estado quântico puro é aquele definido por um vetor de estado  $|\psi\rangle$  que é dado, por sua vez, por uma combinação linear dos estados base. Estado misto, por sua vez, é basicamente uma coleção de estados puros e só podem serem representados usando o operador densidade. Estes são compostos por uma distribuições probabilísticas de estados puros.

## 4.3 Operador densidade

Operador densidade ou matriz densidade é a representação de um estado quântico. Todo estado, puro ou misto, pode ser descrito por um operador densidade.

O operador densidade de um estado puro, no qual  $|\psi\rangle$  é conhecido, pode ser calculador por  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ .

O operador densidade de um estado misto é definido por  $\sum_n p_n \rho_n$  aonde  $\rho$  é o operador densidade de todos estados que compõem este estado misto, e  $p_n$  é o peso de cada um destes estados, obedecendo a regra probabilística de que a soma dos pesos deve ser igual 1.

É possível determinar se um estado é puro ou misto, ao realizar a operação de traço, da álgebra linear. Se  $tr(\rho^2) = 1$ , o operador densidade  $\rho$  descreve um estado puro, enquanto para um estado misto  $tr(\rho^2) < 1$ .

## 4.4 Emaranhamento

Emaranhamento ou entrelaçamento quântico é um fenômeno da mecânica quântica que ocorre quando partículas quânticas interagem e passam a não poderem mais serem descritas individualmente.

Uma característica importante do emaranhamento é a não-localidade, o que significa que partículas emaranhadas não dependem da presença em um mesmo espaço físico para estarem e permanecerem emaranhadas, ou seja, é possível separar partículas emaranhadas geograficamente, sem que estas percam seu emaranhamento.

O conceito de não-localidade também abrange qualquer operação feita em uma partícula distante de outra, porém emaranhadas. Ao realizar operações com uma destas partículas, o estado da outra será definido a partir do resultado destas operações. Esse efeito faz com que o emaranhamento seja parte fundamental do teletransporte quântico.

### 4.4.1 Estados de Bell

Os estados de Bell são 4 estados quânticos de 2 qubits, os quais possuem um emaranhamento máximo:

$$|\psi^-\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\psi^+\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\phi^-\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

Estes estados são amplamente difundidos na literatura e podem ser usados no teletransporte quântico, uma vez que é necessário um estado maximamente emaranhado entre dois qubits para que o teletransporte possa acontecer ([WILLIAMS, 2011](#), p. 102).

## 4.5 Portas lógicas

Análogas as portas lógicas dos circuitos computacionais clássicos, as portas lógicas quânticas realizam operações em um pequeno grupo de qubits. São representadas por matrizes unitárias.

### 4.5.1 Controlled-Not

A porta lógica de Controlled-Not, também conhecida como CNOT, opera sob uma entrada de 2 bits quânticos, nos quais o primeiro qbit será o qbit de controle e o outro é o qbit que será o alvo da operação. Essa porta lógica atua fazendo com que o qbit alvo sofra uma operação de inversão, ou flip, quando o bit de controle for igual a 1, e que nada ocorra caso o qbit de controle seja igual a 0. (WILLIAMS, 2011, p. 83) Matematicamente, é possível representar essa porta lógica através da seguinte matriz:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A porta lógica CNOT é uma das mais populares da computação quântica, pois faz parte do conjunto das portas lógicas universais, que junta com a porta lógica de Hadamard e a porta lógica de fase, conseguem realizar qualquer operação de transformação em um circuito quântico.

### 4.5.2 Hadamard

A porta lógica de Hadamard, diferentemente da porta CNOT, atua em apenas um qubit. Seu objetivo é realizar uma rotação neste qubit para que suas bases mudem de  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  para  $\frac{|0\rangle+|1\rangle}{\sqrt{2}}$  e  $\frac{|0\rangle-|1\rangle}{\sqrt{2}}$ , o que faz com que agora este qubit possua chances iguais de quando for medido se tornar 0 ou 1. (WILLIAMS, 2011, p. 74) Ela é representada pela matriz de Hadamard:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

### 4.5.3 Bit flip

O processo de *bit flip* é representado pela matriz:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sua operação realiza um *flip*, ou uma inversão no alvo. Se uma operação de *bit flip* é aplicada no primeiro qubit do seguinte sistema de 2 qubits:  $|00\rangle$ , o sistema passa a ser:  $|10\rangle$ . Esta porta lógica é a análoga quântica da porta lógica NOT da computação clássica.

### 4.5.4 Phase flip

A porta lógica *phase flip* também atua em apenas um qubit e faz com que a base  $|1\rangle$  seja mapeada para  $-|1\rangle$ , o que corresponde a uma rotação no eixo z da esfera de Bloch.

$$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

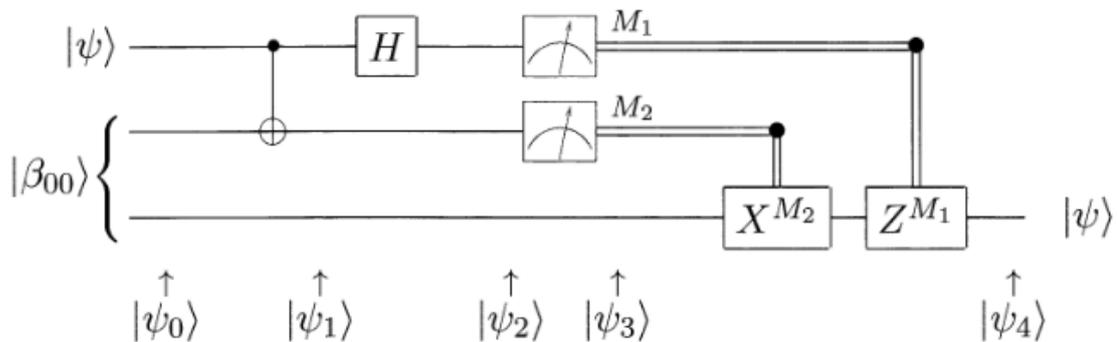
## 4.6 Teletransporte quântico

O algoritmo completo de teletransporte quântico pode ser observado na figura 1. Nela é descrito um qubit  $|\psi\rangle$  que deve ser teletransportado. A composição inicial do teletransporte quântico consiste no qubit  $|\psi\rangle$ , presente em um ponto geográfico A qualquer, e em um sistema de dois qubits maximamente emaranhados  $|\beta_{00}\rangle$ , presentes em outro ponto geográfico B ( distante do ponto A). Este sistema de dois qubits é composto por um qubit que servirá de canal para o teletransporte e que deverá ser transportado do ponto B para o ponto A e o qubit que receberá as informações do qubit teletransportado.

Sendo assim, o ponto A, possuirá o qubit qualquer que deseja teletransportar e um qubit maximamente emaranhado com um qubit presente no laboratório B. Essa é a configuração inicial do processo de teletransporte quântico.

Para prosseguir com o processo, o cientista presente no ponto A, deve realizar uma sequência de operações no qubit  $|\psi\rangle$ . Primeiro, deve ser aplicada uma porta lógica do tipo CNOT entre o qubit a ser teletransportado e o qubit do par maximamente emaranhado presente no ponto A.

Figura 2 – Algoritmo de teletransporte quântico



Fonte: Nielsen e Chuang (2000, p. 27)

Logo em seguida, o pesquisador presente no ponto A, deve aplicar a porta lógica

de Hadamard no qubit  $|\psi_1\rangle$ . Feito isto, é necessário realizar um processo de medida nos dois qubits presentes no ponto A e enviar o resultado das observações para o ponto B através de um canal clássico.

O cientista presente no ponto B receberá a informação dos dois qubits colapsados do ponto A (que perderam suas informações quânticas devido ao processo de medida), e dependendo da informação obtida, deve realizar uma operação em seu qubit, conforme a tabela abaixo:

Tabela 1 – Tabela de operação necessária para finalizar o processo de teletransporte

Informação recebida	Operação a ser realizada
00	Nada precisa ser feito
01	$\sigma_x$
10	$\sigma_z$
11	$\sigma_{zx}$

Após este processo, o qubit do ponto B será exatamente idêntico ao qubit  $|\psi_0\rangle$ , alvo do teletransporte.

É importante notar que este processo não quebra o teorema de não clonagem proposto por [Wootters e Zurek \(1982\)](#), devido a destruição das propriedades quânticas do qubit original  $|\psi_0\rangle$ .

O teletransporte quântico também não consegue transmitir informação mais rápido do que a velocidade da luz, devido a dependência de um canal de transmissão clássico para realizar a última etapa do algoritmo.

## 4.7 Ruído

Assim como na transmissão de informação clássica, sistemas quânticos estão sujeitos a sofrer interferências de ruídos externos.

Ruídos são interferências de diversos tipos e são definidas por um operador temporal  $e^{-\gamma t}$ , que atua nas matrizes que definem a interferência.

A transmissão pode, por exemplo, sofrer ruídos do *bit flip*, sabendo disso, é possível descrever essa interferência como:

$$M_1 = \sqrt{e^{-\gamma t}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, M_2 = \sqrt{1 - e^{-\gamma t}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Na prática, é impossível prever exatamente a que tipos de ruídos uma transmissão estará suscetível, mas é possível estudar como o processo se comporta para ruídos conhecidos, facilitando o estudo de como corrigir os erros provocados por estes.

## 4.8 Medida de distância

Uma medida de distância é uma operação para avaliar o quão próximo dois estados estão um do outro. A implementação de um cálculo deste tipo é fundamental ao tentar analisar uma transmissão de informação que sofre perturbações de ruídos e portanto, fundamental para o desenvolvimento do trabalho.

Apesar de existirem diversas maneiras de medir a diferença entre dois estados quânticos, a escolhida para o desenvolvimento do projeto foi a medida de fidelidade.

### 4.8.1 Fidelidade

O cálculo da fidelidade permite quantificar o quão próximos, ou similares, são dois estados quânticos através da análise do traço da multiplicação dos operadores densidades. Expressa pela seguinte formula:

$$F = \text{tr}(\rho_0 * \rho_f)$$

$\rho_0$  é o operador densidade do qubit que foi teletransportado, e  $\rho_f$  é o operador densidade do qubit que foi recebido pelo processo de teletransporte quântico. Quanto mais próximo o resultado de 1, mais similares são os dois estados.

A implementação desta medida, ao final do processo de teletransporte, permitirá a análise do quanto o teletransporte quântico foi perturbado pelos ruídos escolhidos.

## 5 Ferramentas

### 5.1 Matlab

Matlab<sup>1</sup> é um software proprietário desenvolvido pela MathWorks que possui sua própria linguagem de programação e ambiente de desenvolvimento e execução.

Criado no final dos anos 70, pelo professor Clever Moler, para facilitar o acesso a bibliotecas de álgebra linear e de operações matriciais sem que seus alunos tivessem que aprender Fortran, logo se espalhou pela comunidade de matemáticas aplicadas e em 1984, junto com Jack Little e Steve Bangert, Moler reescreveu o Matlab foi e juntos fundaram a MathWorks (MOLER, 2009).

De acordo com dados levantados em 2004 por Goering (2004), o Matlab já contava com aproximadamente 1 milhão de usuários no ano da pesquisa. Isso se deve principalmente a facilidade de se manipular matrizes, realizar operações matemáticas complexas, imprimir gráficos, entre muitas outras funções nativas do ambiente.

O Matlab conta com um ambiente de execução otimizado para manipular e realizar operações com matrizes, uma linguagem simples de desenvolvimento e um grande número de funções matemáticas em sua biblioteca, sendo assim, uma das melhores soluções no mercado para desenvolvimento de programas que utilizem uma carga pesada de operações matemáticas com matrizes, como ocorre na computação quântica.

### 5.2 QLib

QLib<sup>2</sup> é um pacote disponível para Matlab criado para acelerar o desenvolvimento de projetos que envolvem operações quânticas.

A biblioteca fornece as primitivas e funções mais utilizadas na computação quântica, assim o pesquisador não precisa reescrever estes itens em todos seus projetos, ou gastar tempo valioso desenvolvendo ferramentas básicas, enquanto poderia estar gastando-o com seu projeto ou pesquisa. A QLib, portanto, é uma ferramenta importantíssima para qualquer pesquisador interessado em computação quântica.

---

<sup>1</sup> <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>

<sup>2</sup> <http://www.tau.ac.il/~quantum/qlib/qlib.html>

## 5.3 Github

Github<sup>3</sup> é um repositório de versão de controle, usado para disponibilizar seu código ao público, aonde este pode receber colaborações de outros usuários, assim como ser usado em outros projetos.

Também serve para manter um histórico de atualizações, possibilitando aos desenvolvedores a capacidade de voltar para versões antigas do código com facilidade, em casos de erros ou qualquer outro motivo.

A principal motivação de publicar o código no github é poder colaborar com a comunidade de pesquisadores, afim de acelerar as pesquisas na área.

Todo código-fonte deste projeto pode ser encontrado em <https://github.com/iiiicaro/quantum-teleportation>.

---

<sup>3</sup> <https://github.com/>

## 6 Metodologia

Para realizar os estudos de como o processo de teletransporte quântico reage quando perturbado por diferentes tipos de ruídos foi preciso, primeiramente, implementar o algoritmo de teletransporte quântico. Para isto, foram utilizados o ambiente de desenvolvimento Matlab e a biblioteca de apoio QLib.

O pacote QLib forneceu funções fundamentais para algumas operações básicas necessárias na computação quântica, as quais não estão implementadas nativamente no ambiente Matlab. O uso desta biblioteca permitiu um maior foco na implementação do algoritmo de teletransporte.

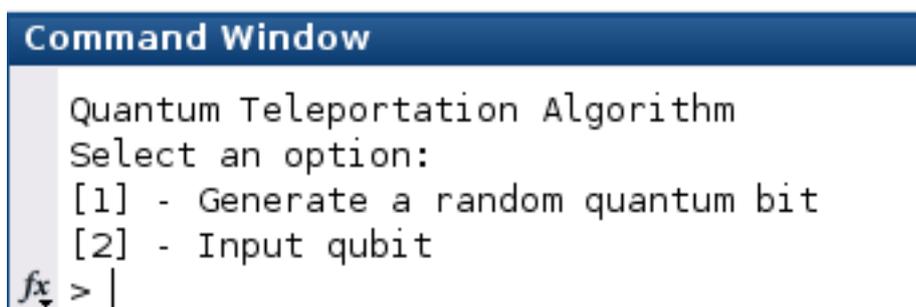
Na implementação do algoritmo de teletransporte quântico, são definidos dois laboratórios distantes geograficamente, que serão referidos como laboratório A e laboratório B. O laboratório A deseja enviar o estado de um qubit para o laboratório B sem que seja necessário que estes entrem em contato um com o outro de forma direta. Para realizar essa tarefa, os dois laboratórios usarão um qubit como canal de transferência, o qual se encontra maximamente emaranhado com o qubit no laboratório B, que será o alvo do teletransporte.

Conforme apresentado nos capítulos anteriores, um bit quântico pode ser representado como:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Portanto, o primeiro passo para implementar o algoritmo de teletransporte quântico é definir o qubit a ser teletransportado. A interface de usuário do projeto desenvolvido fornece ao usuário a opção de gerar um qubit aleatório, ou de entrar com um qubit manualmente.

Figura 3 – Entrada de dados



```

Command Window
Quantum Teleportation Algorithm
Select an option:
[1] - Generate a random quantum bit
[2] - Input qubit
fx > |
  
```

Fonte: Elaborada pelo autor

A geração de um *qubit* aleatório é simples, basta que se aleatorize dois valores  $\alpha$  e

$\beta$  quaisquer, obedecendo que  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$ , ou seja, que a soma de suas probabilidades de colapso sejam igual a 1. Caso, o usuário decida por entrar com um qubit manualmente, verificações são feitas para garantir a integridade do mesmo, no caso, que suas distribuições probabilísticas somem 1.

Para que o processo de teletransporte quântico funcione, é necessário que haja dois qubits em um estado maximamente emaranhado. Arbitrariamente, o programa conta com o seguinte sistema de dois qubits maximamente emaranhados, já conhecido dos capítulos anteriores e da literatura como um dos estados de Bell:

$$\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

Esse sistema de dois qubits é composto, em sequência, pelo qubit que será usado como canal para o processo de teletransporte e pelo qubit presente no laboratório B. O qubit que servirá de canal deve ser enviado ao laboratório A para que sejam realizadas as operações necessárias descritas no algoritmo.

O sistema que representa todos os laboratórios, pode ser expresso por:

$$|\psi_0\rangle \otimes \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

Aonde  $|\psi_0\rangle$  é o qubit a ser teletransportado.

O programa, então, aplica todos passos necessários da transmissão de informação e devido ao emaranhamento entre o qubit de canal e o qubit que é alvo do teletransporte, essas operações afetam o estado deste último, levando este a apresentar um estado idêntico ao do  $|\psi_0\rangle$ , qubit que foi teletransportado.

É importante lembrar que há a necessidade de saber o resultado dos processos de medição que ocorrem no laboratório A para que o teletransporte se concretize.

A interface do programa também fornece ao usuário a opção de aplicar ruído no processo de transmissão de informação, escolher sua intensidade, duração, assim como o tipo de ruído. Caso nenhum ruído seja adicionado, o processo de teletransporte prosseguirá e o qubit presente no laboratório B terá seu estado alterado para o estado que estava presente no qubit do laboratório A, sem que estes tenham entrado em contato direto um com o outro.

A escolha da aplicação de ruído fará com que o estado do qubit no laboratório B não seja idêntico ao que foi teletransportado. Neste caso, serão realizadas medidas de fidelidade para medir o quão distante estão os dois estados ao final do processo.

A aplicação de ruído ocorre antes das operações de cada uma das portas lógicas e antes dos processos de medida, e envolve todo o sistema.

Figura 4 – Escolha da presença de ruído e sua intensidade

```
Command Window
Apply noise to the teleportation process?
[1] - No
[2] - Yes (Teleportation might not fully work. Fidelity to the expected result will be shown
> 2
Input the desired intensity of the noise
Default is 0.00
> 0.05
Input the desired duration of the noise process between each step
Default is 0.00
> 1.2
Noise Operator
Select an option:
[1] - Bit flip
[2] - Phase flip
[3] - Bit-phase flip
fx > |
```

Fonte: Elaborada pelo autor

Ao término da execução, são comparados o qubit a ser teletransportado e o qubit que foi teletransportado. Como o programa é apenas uma simulação, é possível observar as amplitudes probabilísticas dos qubits sem que estes sejam destruídos.

Nos casos em que os resultados sejam diferentes (quando há aplicação de ruído), é apresentado para o usuário a fidelidade do resultado. Quanto mais próxima esta for do valor 1, menor foi a interferência pelo ruído no processo, e os resultados estão mais próximos.

Com o programa desenvolvido, finalmente é possível realizar análises de como alguns tipos de ruídos conhecidos da computação quântica afetam o teletransporte. Para atingir esse objetivo, o programa foi executado incrementando em pequenos passos tanto a intensidade do ruído quanto o tempo em que ele age no sistema. Os resultados foram, então, desenhados em gráficos, para facilitar a visualização de como a fidelidade é afetada.

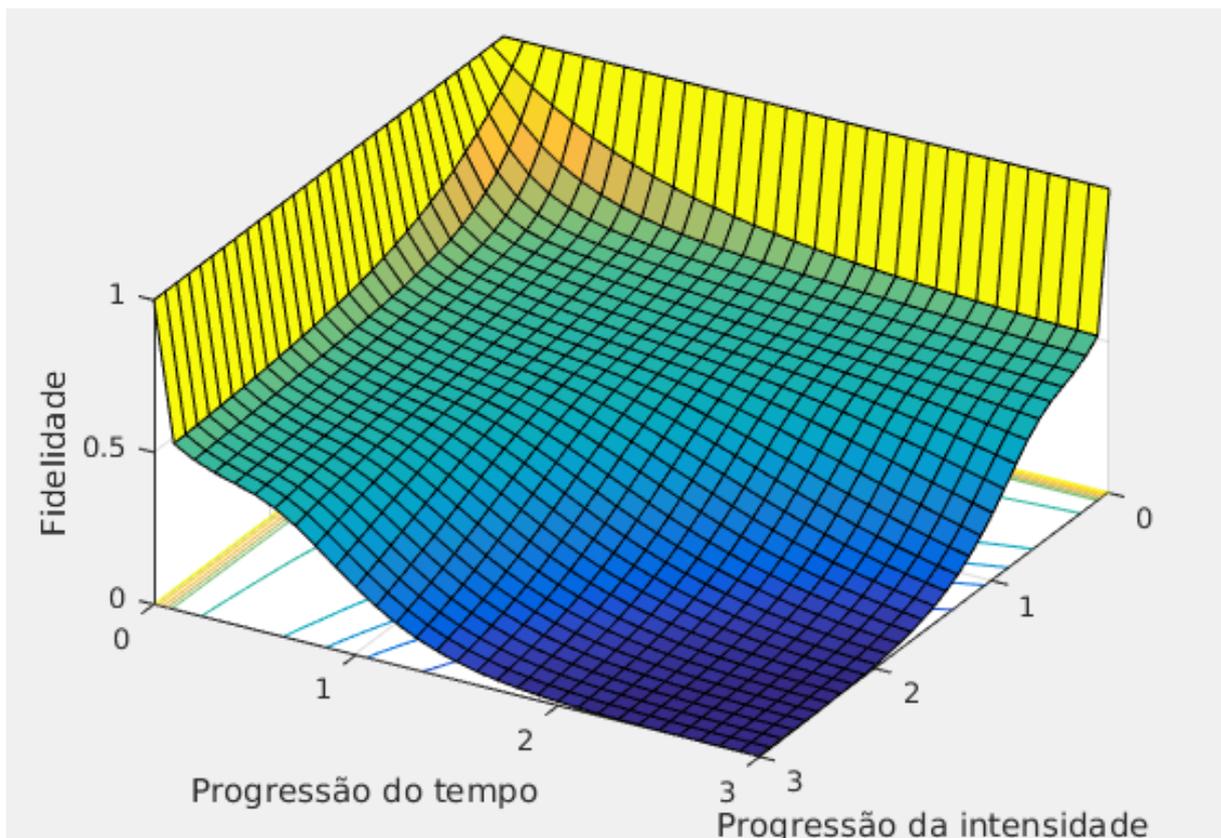
## 7 Resultados

Com a implementação do algoritmo de teletransporte quântico finalizada e funcionando, é possível analisar como o processo é influenciado por ruídos externos, analisar a interferência de cada tipo de ruído e os efeitos causados por alterações na intensidade e duração.

Foram realizadas simulações com os 3 tipos de ruídos apresentados nos capítulos anteriores: bit flip, phase flip e bit-phase flip.

### 7.1 Bit flip

Figura 5 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo *bit flip*



Fonte: Elaborada pelo autor

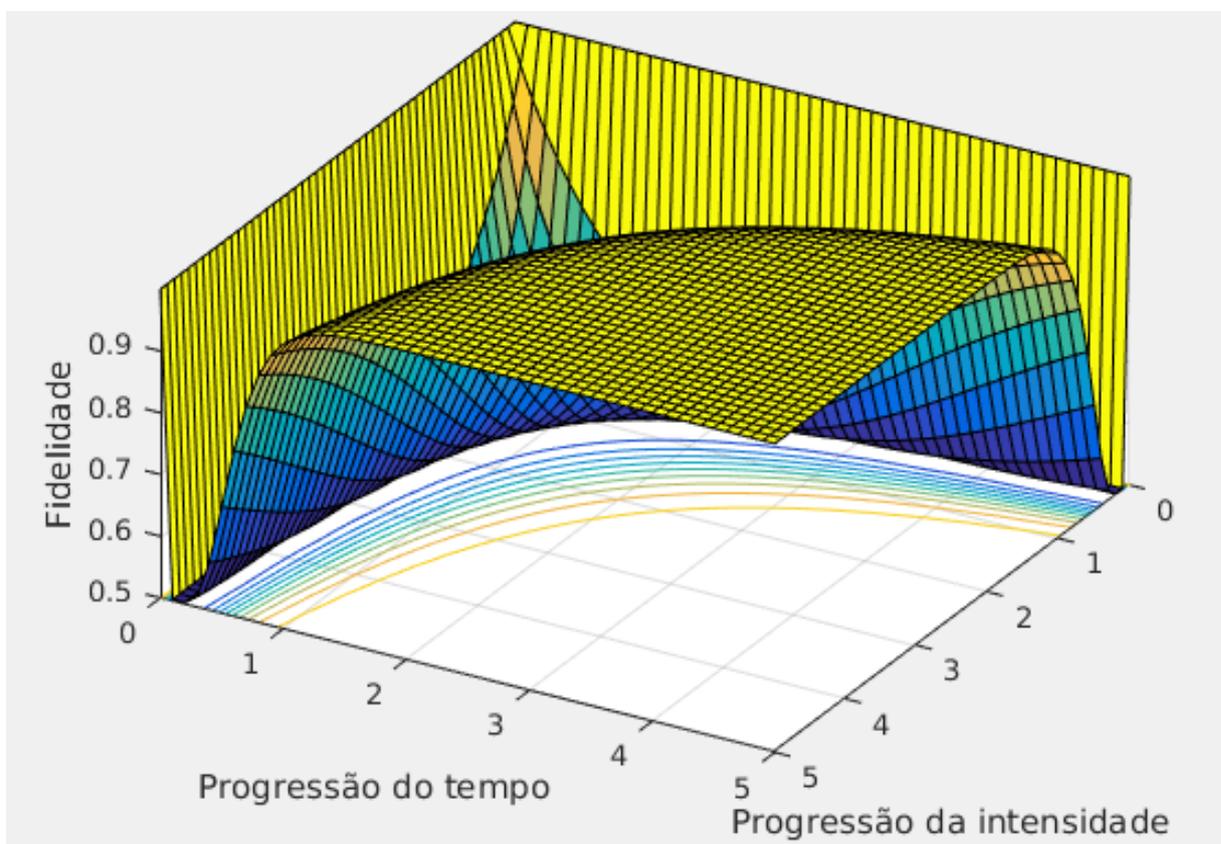
Ao ser interferido por um ruído do tipo bit flip, é possível notar que a fidelidade dos resultados apresenta uma curva simétrica entre progressão do tempo e progressão da

intensidade, sendo assim, proporcionais.

Há uma queda brusca na fidelidade por menor que seja a interferência e conforme a interferência prossegue, a fidelidade vai a 0. Assim, toda a informação é perdida durante o processo de teletransporte e se torna impossível corrigir o erro do procedimento e recuperar o resultado.

## 7.2 Phase flip

Figura 6 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo *phase flip*

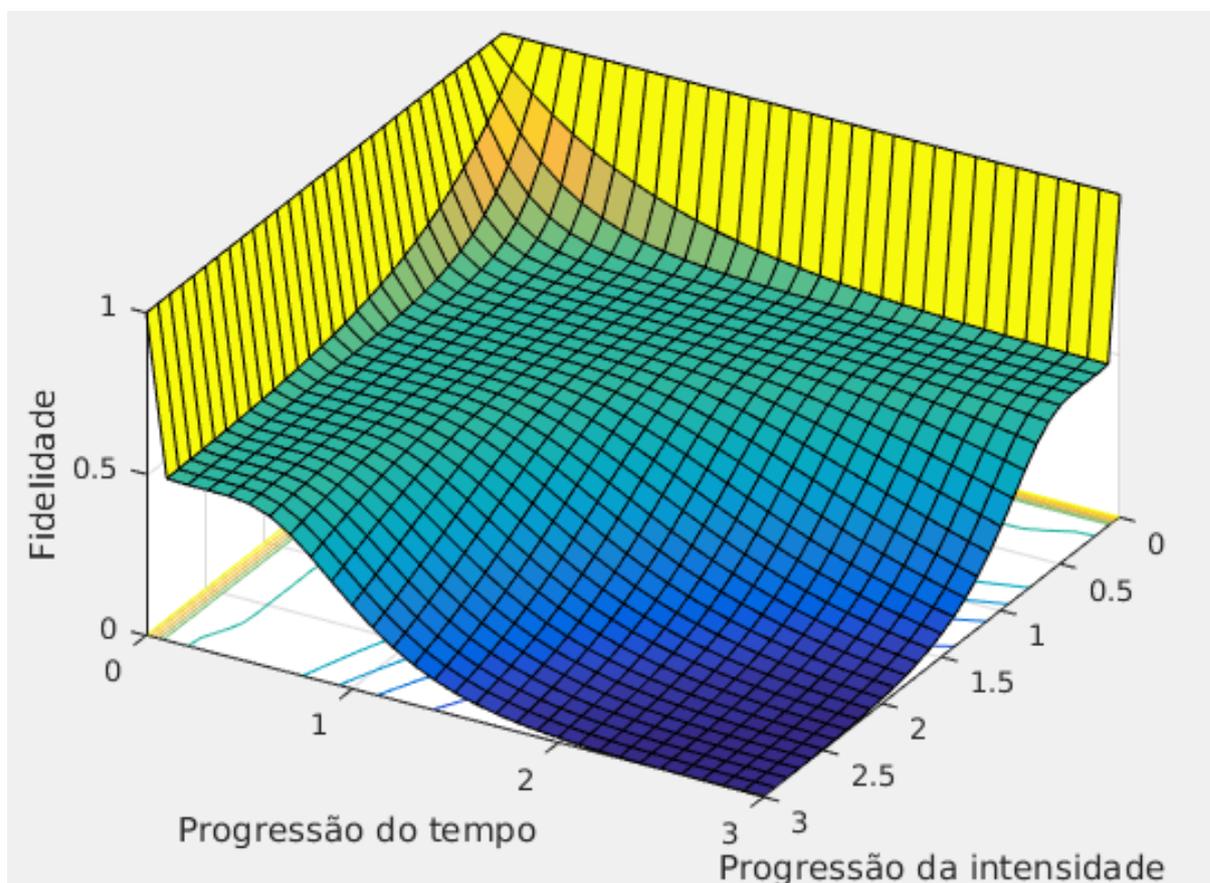


Fonte: Elaborada pelo autor

Assim como no resultado anterior, a relação entre a progressão do tempo e a intensidade é simétrica e proporcional, porém, quando influenciado exclusivamente por este tipo de ruído, o processo de teletransporte é muito mais resistente, havendo quedas bem menores na fidelidade dos resultados e este apresentando o comportamento de uma onda, sofrendo pequenas quedas e subindo novamente até um ponto aonde o ruído deixa de interferir no processo.

### 7.3 Bit-phase flip

Figura 7 – Processo de teletransporte quântico sobre a interferência de um ruído do tipo *bit-phase flip*



Fonte: Elaborada pelo autor

O terceiro e último tipo de ruído analisado apresenta comportamento quase idêntico ao bit flip e com o aumento do tempo e da intensidade, se torna cada vez mais difícil recuperar a informação transmitida.

## 8 Conclusão

A escolha de usar o ambiente Matlab permitiu o desenvolvimento ágil de uma implementação do algoritmo de teletransporte quântico. O poder computacional do ambiente em processar e realizar operações com matrizes também permitiu que a execução do programa e a geração de gráficos fosse rápida.

A ferramenta de colaboração e controle de versão Github permitirá que pesquisadores, cientistas e o público que possuir interesse em estudar a área da computação quântica possa usar as ferramentas construídas durante o projeto, assim como colaborar com sua manutenção e evolução.

O projeto contou, portanto, com duas etapas. A primeira foi a construção das ferramentas e programas para realizar estudos em cima do teletransporte quântico e a segunda foi o estudo em si.

O resultado obtido mostra que apesar da computação quântica ser uma ótima candidata a herdar os sistemas computacionais, ainda há muitos desafios a serem superados, sendo um deles, a interferência de ruídos no processo de comunicação.

Apesar disto, é possível concluir que o teletransporte quântico é uma ótima e viável opção para a transferência de informação quântica e que com um algoritmo de correções de erros, é possível transmitir dados sem que hajam perdas por interferências.

Os códigos e ferramentas desenvolvidos durante o projeto já contam com mais de 50.000 visualizações no Github desde sua publicação em 15 de dezembro de 2016.

## 9 Trabalhos futuros

Todo código-fonte encontra-se disponível ao público para uso ilimitado e não comercial no github em <https://github.com/iiiicaro/quantum-teleportation>. Assim, qualquer um pode colaborar com o projeto e adicionar funcionalidades.

Como possíveis trabalhos futuros, pode-se apontar:

- a) Manter o código-fonte atualizado;
- b) Avaliar e adicionar ao código colaborações por outros pesquisadores da comunidade do Github de novas funcionalidades;
- c) Implementar outros tipos de ruídos para serem estudados;
- d) Possibilitar ao usuário aplicar mais de um tipo de ruído durante o teletransporte.
- e) Adicionar outras medidas de distância para avaliar a discrepância entre os resultados esperados e os obtidos.
- f) Implementar mecanismos de correção de ruídos, para que o teletransporte possa se concretizar mesmo com a presença de ruídos.

# Referências

- DIRAC, P. A. M. *A new notation for quantum mechanics*. 1939. 416-418 p. Disponível em: <<https://www.cambridge.org/core/journals/mathematical-proceedings-of-the-cambridge-philosophical-society/article/div-classtitlea-new-notation-for-quantum-mechanicsdiv/4631DB9213D680D6332BA11799D76AFB>>. Acesso em: 04 abr. 2016. Citado na página 17.
- GERSHENFELD, N.; CHUANG, I. L. *Quantum Computing with Molecules*. 1988. 66-71 p. Disponível em: <<http://cba.mit.edu/docs/papers/98.06.sciqc.pdf>>. Acesso em: 18 nov. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 15.
- GOERING, R. *Matlab edges closer to electronic design automation world*. 2004. Disponível em: <[http://www.eetimes.com/document.asp?doc\\_id=1151422](http://www.eetimes.com/document.asp?doc_id=1151422)>. Acesso em: 27 ago. 2016. Citado na página 25.
- MOLER, C. *The Origins of MATLAB*. 2009. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/company/newsletters/articles/the-origins-of-matlab.html>>. Acesso em: 27 ago. 2016. Citado na página 25.
- MOORE, G. E. Cramming more components onto integrated circuits. *Electronics*, n. 8, p. 114–117, 1965. Disponível em: <<http://drive.google.com/file/d-/0By83v5TWkGjvQkpBcXJKT1I1TTA/view>>. Acesso em: 12 ago. 2016. Citado na página 15.
- NIELSEN, M. A.; CHUANG, I. L. *Quantum Computation and Quantum Information*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 18, 19 e 22.
- SHANNON, C. E. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, n. 27, 1948. Citado na página 13.
- SHANNON, C. E.; WEAVER, W. *The Mathematical Theory of Communication*. [S.l.]: Univ of Illinois Press, 1949. Citado na página 13.
- SIMONITE, T. *Moore's Law Is Dead. Now What?* 2016. Disponível em: <<http://www.technologyreview.com/s/601441/moores-law-is-dead-now-what/>>. Acesso em: 12 ago. 2016. Citado na página 15.
- WILLIAMS, C. P. *Explorations in Quantum Computing*. 2. ed. [S.l.]: Springer-Verlag London, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- WOOTTERS, W. K.; ZUREK, W. H. A single quantum cannot be cloned. *Nature*, n. 299, p. 802–803, 1982. Citado na página 23.